

对数函数的图像与性质（二）

目录

▲ 复习与回顾

▲ 例题分析…过定点问题

▲ 例题分析…比较对数大小

▲ 例题分析…解不等式

看微课3

▲ 拓展练习

看微课4

复习与回顾

对数函数的概念

一般地，形如函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的函数叫做对数函数，其中 x 是自变量，对数函数的定义域是 $(0, +\infty)$ 。

对数函数的图像与性质

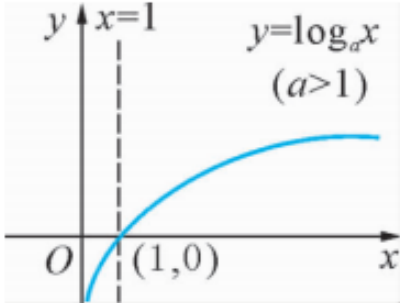
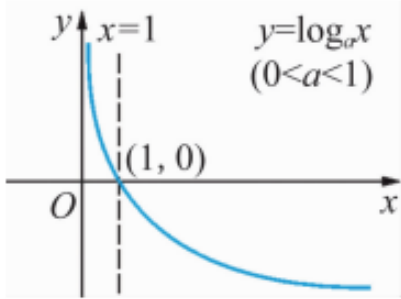
一般地，对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 具有下列性质：

(1) 函数的定义域为 $(0, +\infty)$ ，值域为 $\mathbf{R}$ ；

(2) 当 $x=1$ 时，函数值 $y=0$ ；

(3) 当 $a > 1$ 时，函数在 $(0, +\infty)$ 内是增函数；当 $0 < a < 1$ 时，函数在 $(0, +\infty)$ 内是减函数。

对数函数的图像与性质

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图 像		
性 质	定义域: $(0, +\infty)$ 值域: $\mathbf{R}$ 过点 $(1, 0)$, 即 $x=1$ 时, $y=0$	
	$(0, +\infty)$ 上的增函数	$(0, +\infty)$ 上的减函数
	当 $0 < x < 1$ 时, $y < 0$; 当 $x > 1$ 时, $y > 0$	当 $0 < x < 1$ 时, $y > 0$; 当 $x > 1$ 时, $y < 0$

例题分析…过定点问题

例13: 已知对数函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图像经过点 $(9, 2)$

求 $f(3)$ 、 $f(1)$ 、 $f(\frac{1}{27})$ 的值.

解: 把 $(9, 2)$ 代入 $f(x) = \log_a x$ 中, 得到 $f(9) = \log_a 9 = 2$

化为指数式得 $a^2 = 9$, 所以 $a = 3$ ($a = -3$ 舍去)

则对数函数的解析式为 $f(x) = \log_3 x$

所以 $f(3) = \log_3 3 = 1$ $f(1) = \log_3 1 = 0$

$$f\left(\frac{1}{27}\right) = \log_3 \frac{1}{27} = \log_3 3^{-3} = -3$$

同步练习一

1、填空

(1) 函数 $y = \log_5 x$ 的底数为 _____，定义域为 _____；

(2) 函数 $y = \log_{\frac{1}{5}} x$ ，则 $f(1) =$ _____， $f(5) =$ _____， $f(25) =$ _____；

(3) 已知 $y = \log_2 x$ ，则 $f(a) = -3$ ，则 $a =$ _____.

2、已知 $f(x) = \lg x$ ，(1) 求 $f(0.1)$ 的值；(2) 若 $f(a) = -2$ ，求 a 的值

同步练习一 答案

1、填空

(1) 函数 $y = \log_5 x$ 的底数为 5，定义域为 $(0, +\infty)$ ；

(2) 函数 $y = \log_{\frac{1}{5}} x$ ，则 $f(1) =$ 0 $， f(5) =$ -1 $， f(25) =$ -2；

(3) 已知 $y = \log_2 x$ ，则 $f(a) = -3$ ，则 $a =$ $\frac{1}{8}$ 。

2、已知 $f(x) = \lg x$ ，(1) 求 $f(0.1)$ 的值；(2) 若 $f(a) = -2$ ，求 a 的值

解：(1) $f(0.1) = \lg 0.1 = \lg \frac{1}{10} = \lg 10^{-1} = -1$

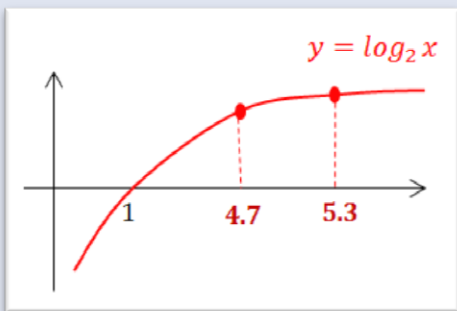
(2) $f(a) = \lg a = -2$ ，则 $10^{-2} = 0.01$ ，所以 $a = 0.01$

例题分析…比较对数大小

例题 15. 比较下列各组中两个数值的大小

(1) $\log_2 5.3$ 与 $\log_2 4.7$

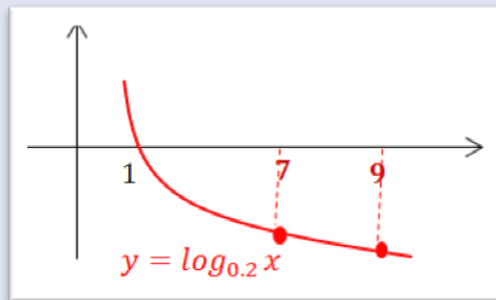
解：因为底数 $2 > 1$ ，
所以 $y = \log_2 x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数。
又因为 $5.3 > 4.7$ ，
所以 $\log_2 5.3 > \log_2 4.7$



可借助图像
思考 and 比较

(2) $\log_{0.2} 7$ 与 $\log_{0.2} 9$

解：因为底数 $0 < 0.2 < 1$ ，
所以 $y = \log_{0.2} x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数。
又因为 $7 < 9$ ，
所以 $\log_{0.2} 7 > \log_{0.2} 9$



可借助图像
思考 and 比较

例题分析…比较对数大小

例题 15. 比较下列各组中两个数值的大小

(3) $\log_5 4$ 与 1

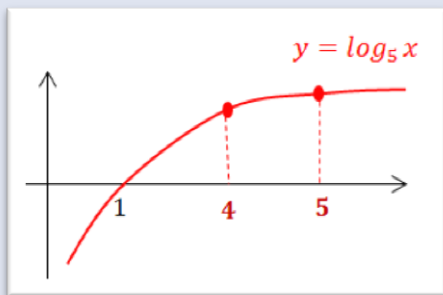
解：将 1 化为同底对数再比较

令 $1 = \log_5 5$ ，因为底数 $5 > 1$ ，

所以 $y = \log_5 x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数.

又因为 $4 < 5$ ，所以 $\log_5 4 < \log_5 5$

即 $\log_5 4 < 1$

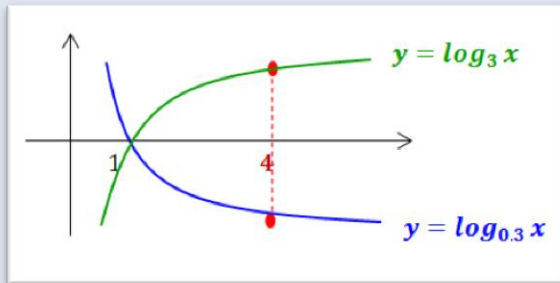


* (4) $\log_3 4$ 与 $\log_{0.3} 4$

解：因为 $\log_3 4 > \log_3 1 = 0$ ，

且 $\log_{0.3} 4 < \log_{0.3} 1 = 0$

所以 $\log_3 4 > \log_{0.3} 4$



可借助图像思考和比较



同步练习二

比较下列各组中两个数值的大小

(1) $\lg 6$ 与 $\lg 8$

(2) $\log_{\frac{2}{3}} 8$ 与 1

同步练习二

答案

比较下列各组中两个数值的大小

(1) $\lg 6 < \lg 8$

(2) 先将 1 转化为 $\log_{\frac{2}{3}} \frac{2}{3}$ 再比较大小, 得到 $\log_{\frac{2}{3}} 8 < 1$

例题分析…解不等式

要结合图像分析哦！

请观看微课

例题 16 (1) $\log_4 x < \log_4 5$

解：因为 $y = \log_4 x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数，由 $\log_4 x < \log_4 5$ 得
 $x < 5$ ，又因为 $x > 0$ 则 $0 < x < 5$ ，所以不等式的解集为 $(0, 5)$

(2) $\log_{\frac{4}{5}} x > 1$

解：令 $1 = \log_{\frac{4}{5}} \frac{4}{5}$ ，题目可转化为 $\log_{\frac{4}{5}} x > \log_{\frac{4}{5}} \frac{4}{5}$

因为 $y = \log_{\frac{4}{5}} x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数

所以 $x < \frac{4}{5}$ ，又因为 $x > 0$ 则 $0 < x < \frac{4}{5}$ ，所以不等式的解集为 $(0, \frac{4}{5})$



同步练习三

(1) 已知 $\log_4 x > \log_4 2$, 求 x 的取值范围.

(2) 已知 $\log_{0.3} M > \log_{0.3} N$, 比较 M 与 N 的大小.

同步练习三

答案

(1) 已知 $\log_4 x > \log_4 2$, 求不等式的解集

解: 因为 $y = \log_4 x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 由 $\log_4 x > \log_4 2$ 得
 $x > 2$, 满足 $x > 0$ 所以不等式的解集为 $(2, +\infty)$

(2) 已知 $\log_{0.3} M > \log_{0.3} N$, 比较 M 与 N 的大小.

解: 因为 $y = \log_{0.3} x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 由 $\log_{0.3} M > \log_{0.3} N$ 得
所以 $M < N$



课堂小结

这节课我们结合了对数函数的图像与性质，解决了一些简单的数学问题：

1、过定点求对数函数的解析式、代入法求函数值

2、对数式比较大小的方法：

① 同底时用单调性画图比较

② 不同底时取中间值比较

• 结合图像分析更清晰！

3、解不等式



拓展练习

笔记——求函数的定义域:

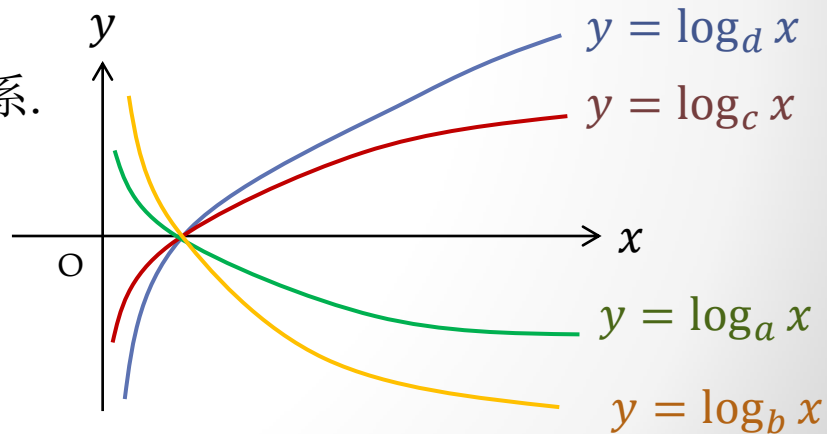
1. 如有分数, 要使分母不为0
2. 如有偶次根式, 要使被开方数 ≥ 0
3. 如有对数, 要使真数 > 0

1、求函数的定义域

$$(1) y = \sqrt{1 - \lg x} \qquad (2) y = \frac{1}{\sqrt{\log_2 x}}$$

2、如果 $\log_a M > \log_a N$, 请比较 M 与 N 的大小. (分类讨论)

3、请根据图像, 判断 a 、 b 、 c 、 d 的大小关系.





拓展练习——答案

1、求函数的定义域

$$(1) y = \sqrt{1 - \lg x}$$

被开方数 ≥ 0

真数 > 0

解：要使函数有意义，令 $\begin{cases} 1 - \lg x \geq 0 \\ x > 0 \end{cases}$ ，即 $\begin{cases} \lg x \leq 1 \\ x > 0 \end{cases}$ ，化为 $\begin{cases} \lg x \leq \lg 10 \\ x > 0 \end{cases}$

解得 $0 < x \leq 10$ $\therefore$ 所求函数的定义域为 $\{x | 0 < x \leq 10\}$

$$(2) y = \frac{1}{\sqrt{\log_2 x}}$$

被开方数 ≥ 0 且 分母不为 0

真数 > 0

解：要使函数有意义，令 $\begin{cases} \log_2 x > 0 \\ x > 0 \end{cases}$ ，即 $\begin{cases} \log_2 x > \log_2 1 \\ x > 0 \end{cases}$

解得 $x > 1$ $\therefore$ 所求函数的定义域为 $(1, +\infty)$



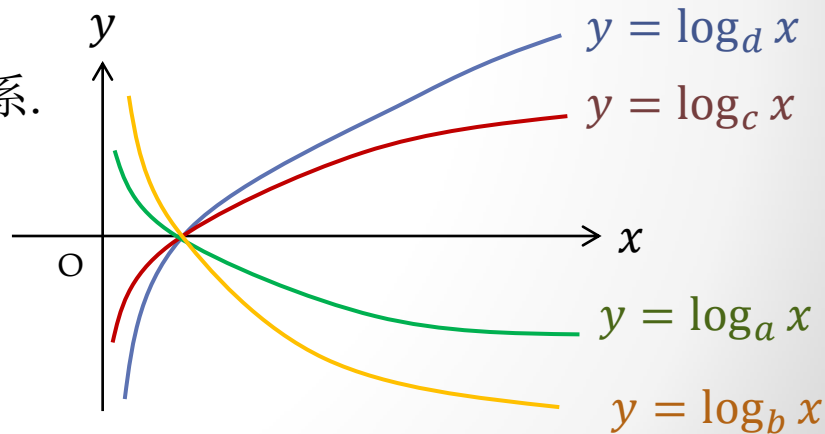
拓展练习——答案

2、如果 $\log_a M > \log_a N$ ，请比较 M 与 N 的大小. (分类讨论)

解：① 当底数 $0 < a < 1$ 时，对数函数 $y = \log_a M$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数，则 $M < N$ ；
② 当底数 $a > 1$ 时，对数函数 $y = \log_a M$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数，则 $M > N$

3、请根据图像，判断 a 、 b 、 c 、 d 的大小关系.

解： $0 < a < b < 1 < d < c$



请看微课4



课后作业

请点击“课后作业”，
完成后拍照上传

对数函数的图像与性质（二） 课后作业

系别：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

1、已知对数函数的图像过点 $(16, 2)$ ，请求出：

① 函数的解析式； ② $f(1)$ 、 $f\left(\frac{1}{16}\right)$ 、 $f(64)$ 的值

2、已知是对数函数，且 $f(25) = -2$ ，则 $f(x) =$ _____；

$f(5) =$ _____.

3、比较下列各组中两个数值的大小

(1) $\lg 6$ 与 $\lg 8$

(2) $\log_{0.3} 5$ 与 $\log_{0.3} 7$

(3) $\log_{0.3} 5$ 与 0

(4) $\log_{\frac{2}{3}} \pi$ 与 $\log_{\frac{3}{2}} \pi$

4、已知 $\log_a 3 > \log_a 5$ ，则 a 的范围是多少？

解：

*5、拓展：求下列函数的定义域

(1) $y = \sqrt{\lg x}$

(2) $y = \frac{1}{\sqrt{\log_{0.5} x}}$

解：

解：