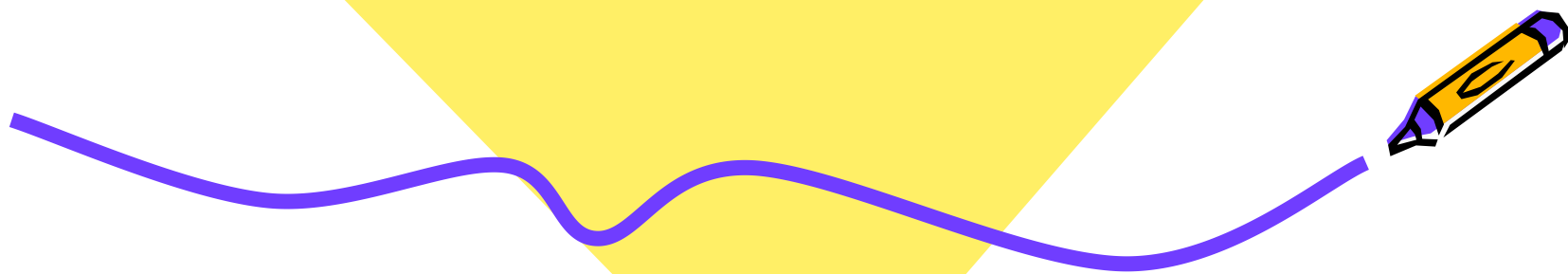


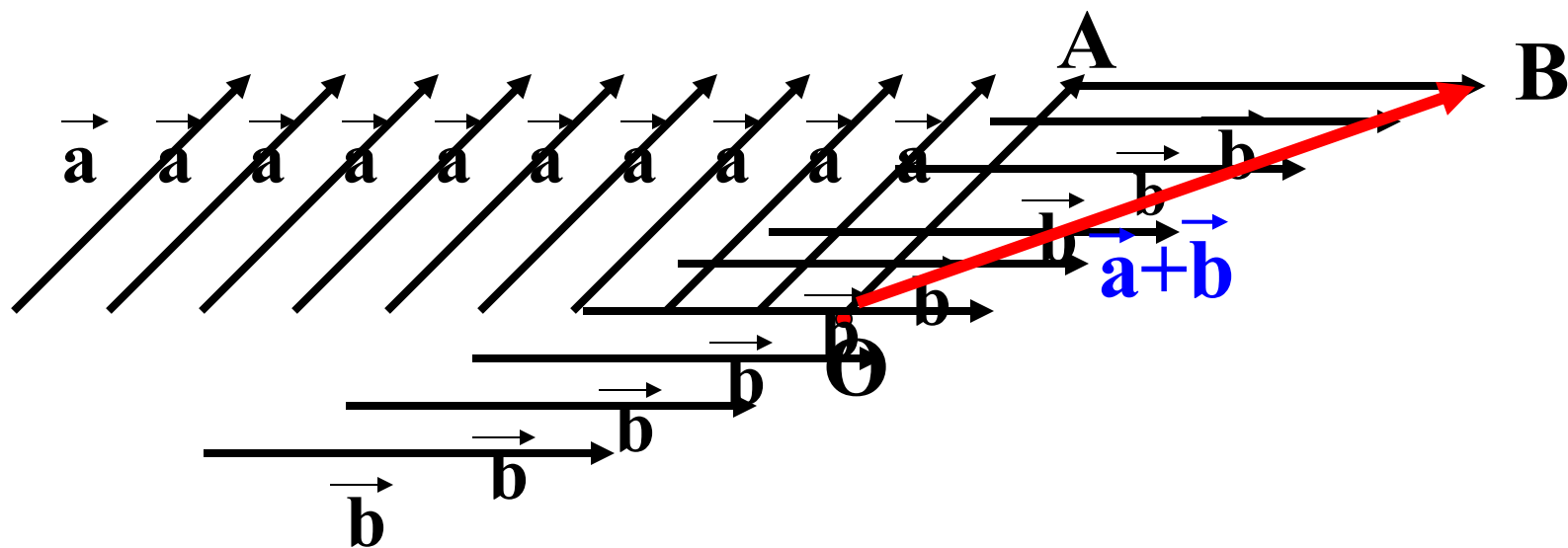


向量的减法



温故知新

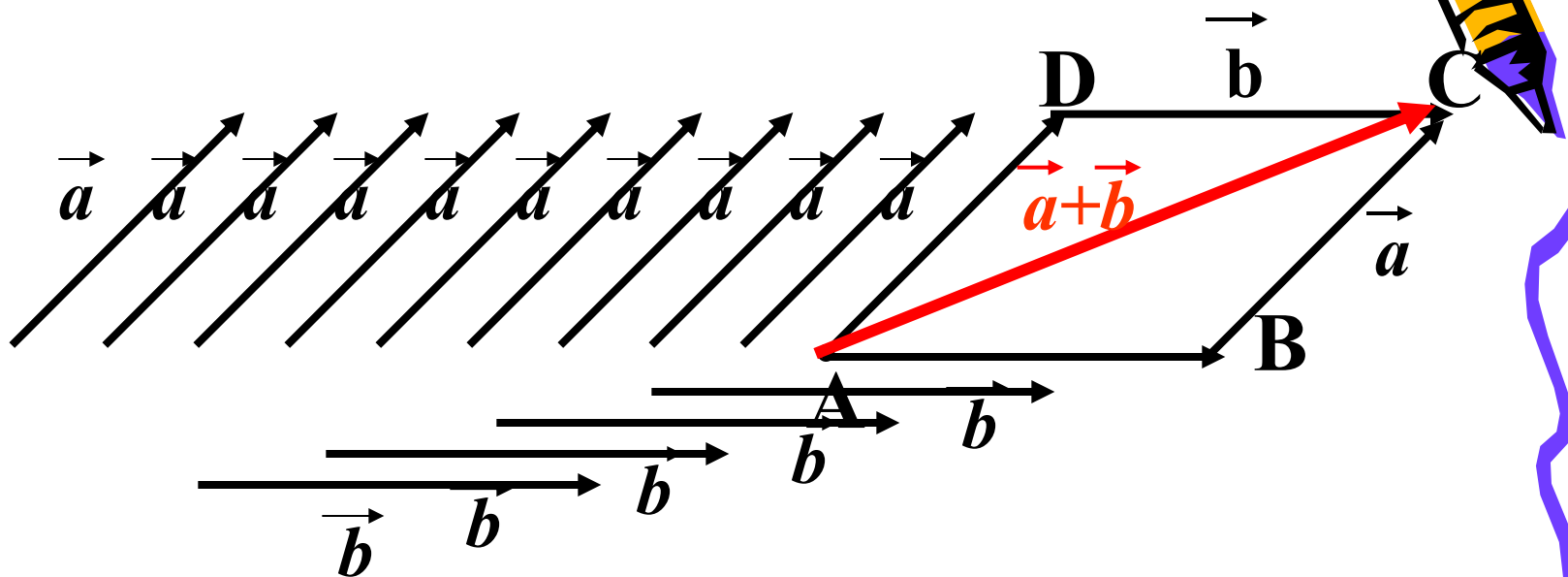
1、向量加法的三角形法则



首尾相接连端点



2、向量加法的平行四边形法则



起点相同连对角



3、向量加法的交换律： $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

4、向量加法的交换律： $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$





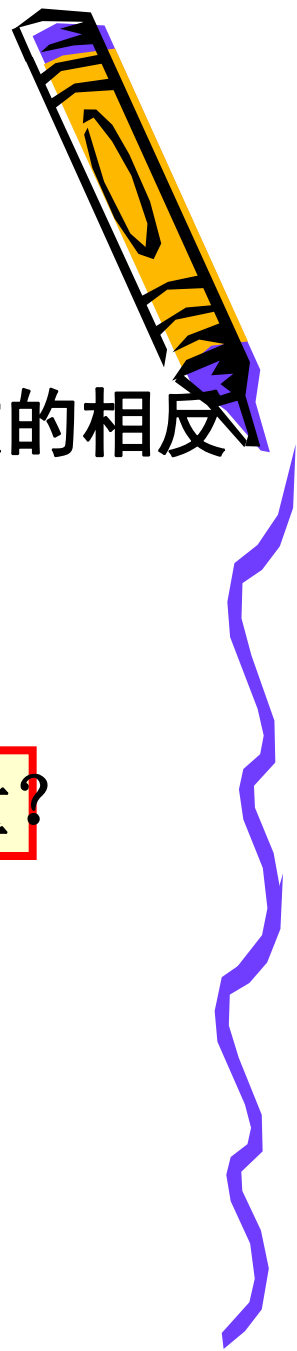
向量是否有减法？

如何理解向量的减法？

我们知道，减去一个数等于加上这个数的相反数，如： $5-1=5+(-1)$

向量的减法是否也有类似的法则：

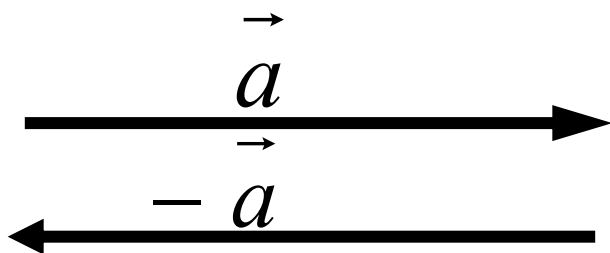
减去一个向量等于加上这个向量的相反向量？





一、相反向量

定义： $\vec{a}$ 与 $\vec{a}$ 长度相等，方向相反，
叫做 $\vec{a}$ 的相反向量，记作： $-\vec{a}$



$-\vec{AB} = \vec{BA}$, 在计算中常用

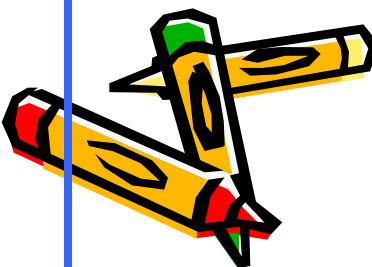
结论：(1) $-(\vec{-a}) = \vec{a}$

(2) 零向量的相反向量仍是零向量， $-\vec{0} = \vec{0}$

(3) $\vec{a} + (-\vec{a}) = (-\vec{a}) + \vec{a} = \vec{0}$

(4) 如果是 a, b 互为相反的向量，那么

$$\vec{a} = -\vec{b}, \vec{b} = -\vec{a}, \vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$$



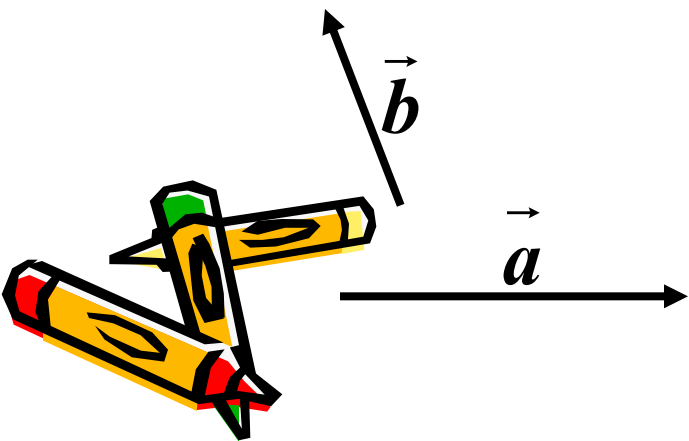
二、向量减法：

定义： $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

即：减去一个向量相当于加上这个向量的相反向量。

把 $\vec{a} - \vec{b}$ 也叫做 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的差。 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的差也是一个向量。

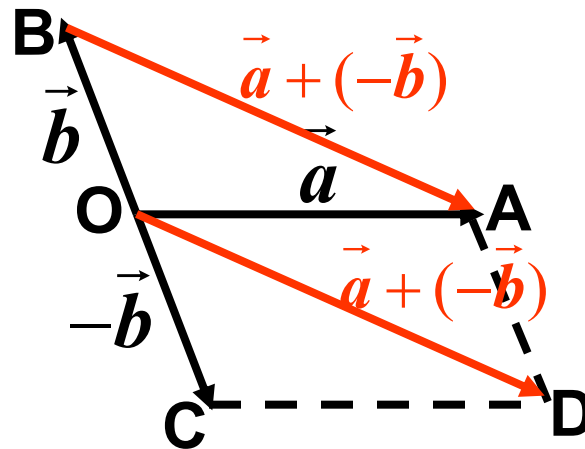
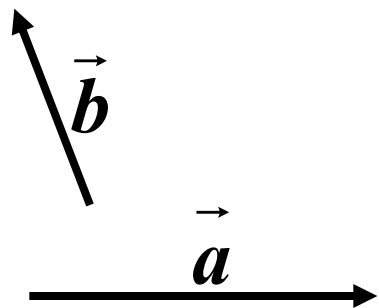
三、向量减法的作图方法：



已知 $\vec{a}, \vec{b}$, 根据减法的定义,
如何作出 $\vec{a} - \vec{b}$ 呢?

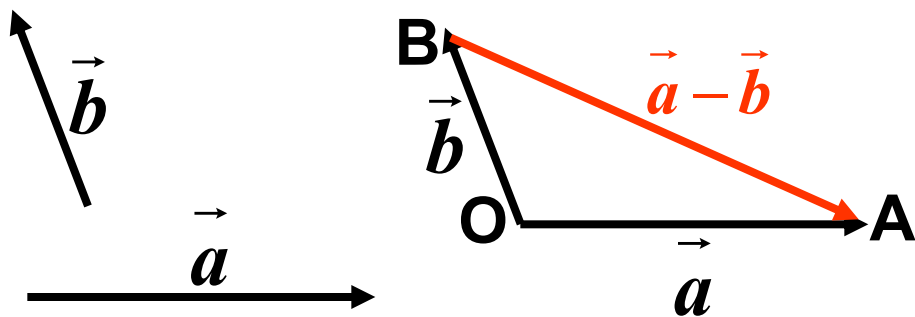
已知 $\vec{a}, \vec{b}$, 根据减法的定义,
如何作出 $\vec{a} - \vec{b}$ 呢?

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



四、向量减法的几何意义:

$\vec{a} - \vec{b}$ 的作图方法:



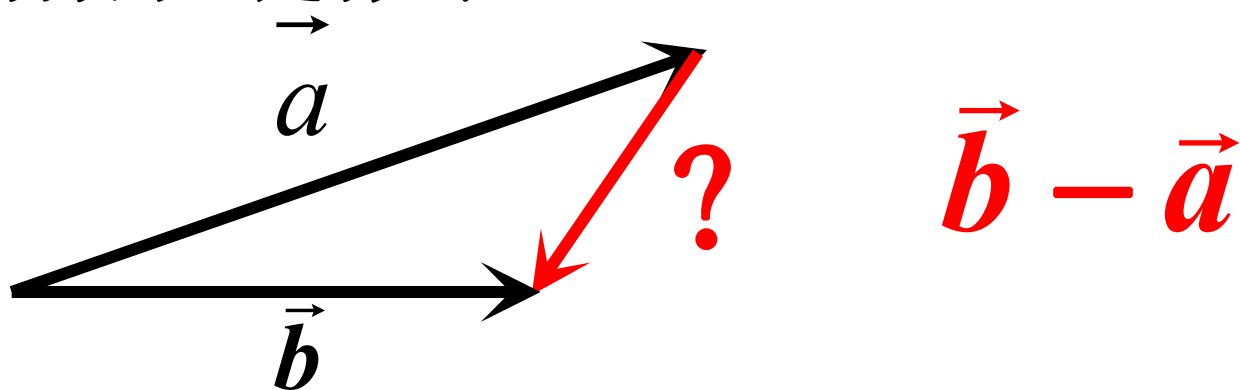
- ① 将两向量平移,使它们有相同的起点.
- ② 连接两向量的终点.
- ③ 箭头的方向是指向“被减数”的终点.

“共起点，连终点，指向被减向量”

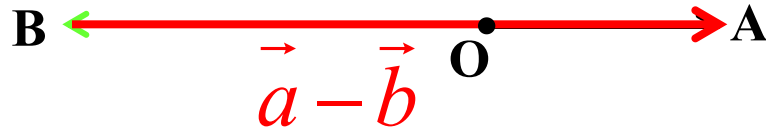
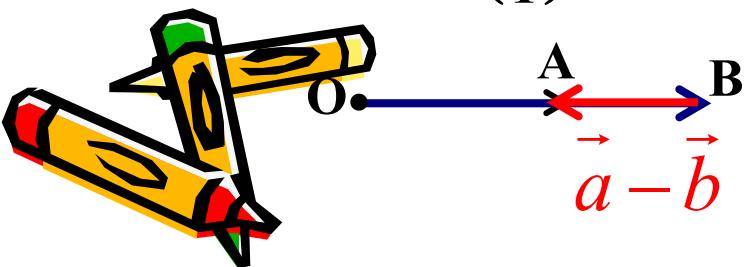
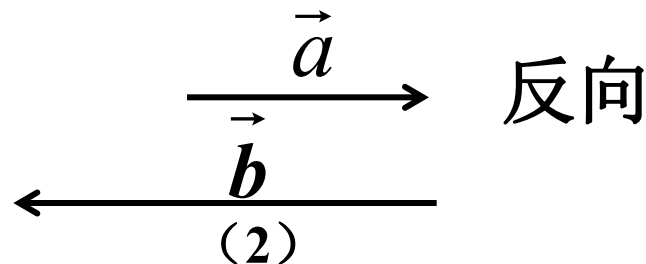
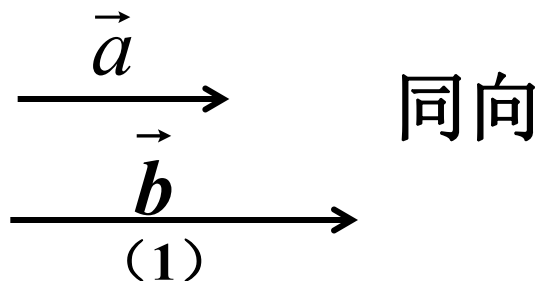
$\vec{a} - \vec{b}$ 表示从减向量 $\vec{b}$ 的终点指向被减向量 $\vec{a}$ 的终点的向量，这就是向量减法的几何意义.

也可理解为: $\vec{a} - \vec{b}$ 表示与 $\vec{b}$ 的和等于 $\vec{a}$ 的向量.

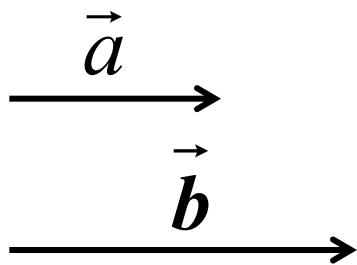
 **思考?** (1)如图, 如果从a的终点到b的终点作向量, 那么所得向量是什么?



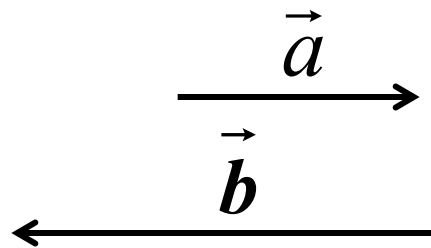
思考: 若向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 共线, 则应怎样作出 $\vec{a} - \vec{b}$ 呢?



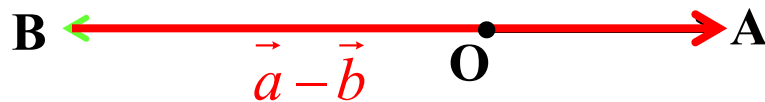
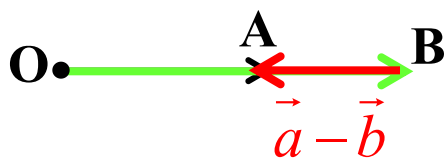
思考：若向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 共线，则应怎样作出 $\vec{a}-\vec{b}$ 呢？



(1)



(2)



若 $\vec{a}, \vec{b}$ 方向相反, $|\vec{a}-\vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$

若 $\vec{a}, \vec{b}$ 方向相同, $|\vec{a}-\vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$ (或 $|\vec{b}| - |\vec{a}|$)

若 $\vec{a}, \vec{b}$ 不共线, 则 $|\vec{a}-\vec{b}| < |\vec{a}| + |\vec{b}|$

任意向量 $\vec{a}, \vec{b}$, 有 $||\vec{a}| - |\vec{b}|| \leq |\vec{a}-\vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$



任意向量 $\vec{a}, \vec{b}$, 有 $||\vec{a}| - |\vec{b}|| \leq |\vec{a} - \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$

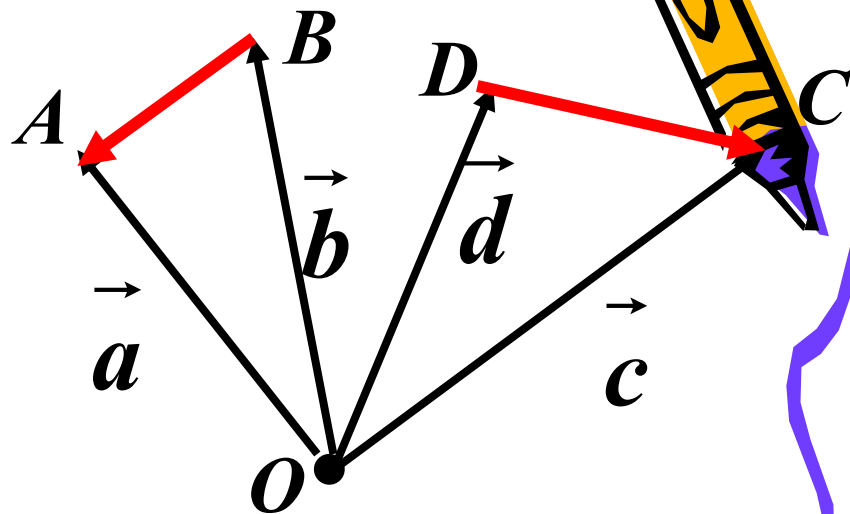
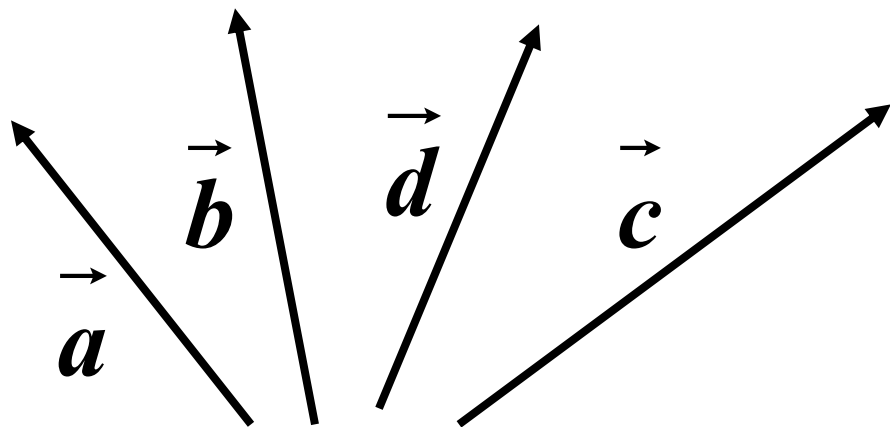
任意向量 $\vec{a}, \vec{b}$, 有 $||\vec{a}| - |\vec{b}|| \leq |\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$

任意向量 $\vec{a}, \vec{b}$,

有 $||\vec{a}| - |\vec{b}|| \leq |\vec{a} \pm \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$



例1.已知向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$, 求作向量 $\vec{a} - \vec{b}, \vec{c} - \vec{d}$.

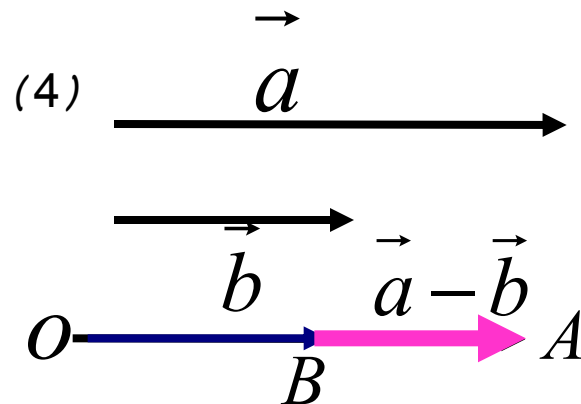
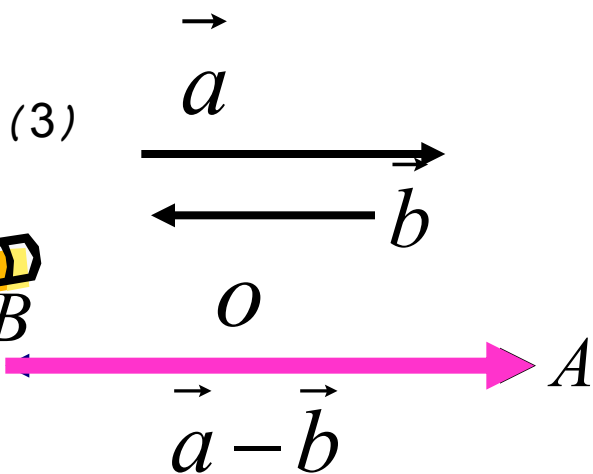
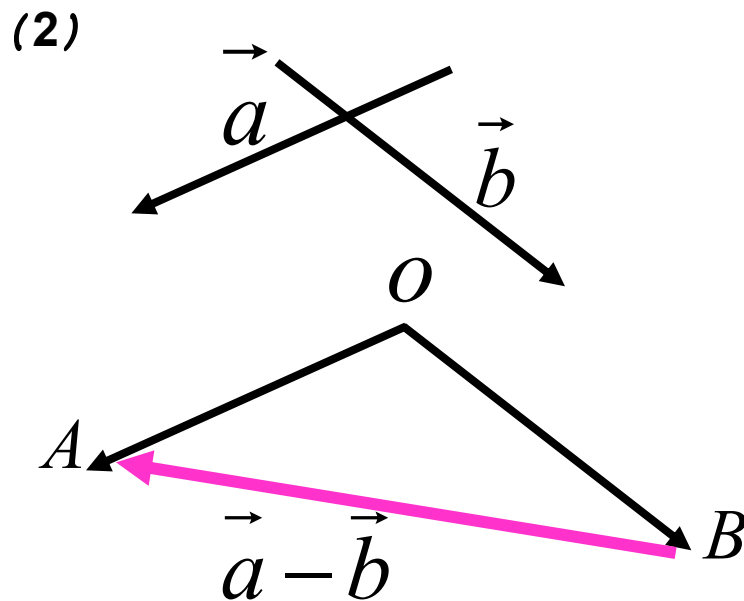
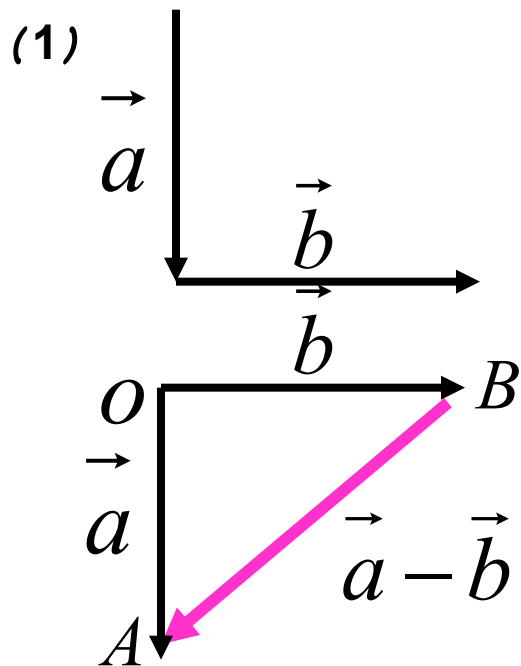


作法：

1. 在平面上任取点 O , 作 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}, \overrightarrow{OD} = \vec{d}$.

2. 作 $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{BA} = \vec{a} - \vec{b}, \overrightarrow{DC} = \vec{c} - \vec{d}$ 为所求.

练习 如图, 已知 $\vec{a}, \vec{b}$, 求作 $\vec{a} - \vec{b}$.
 $\therefore \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \vec{a} - \vec{b}$



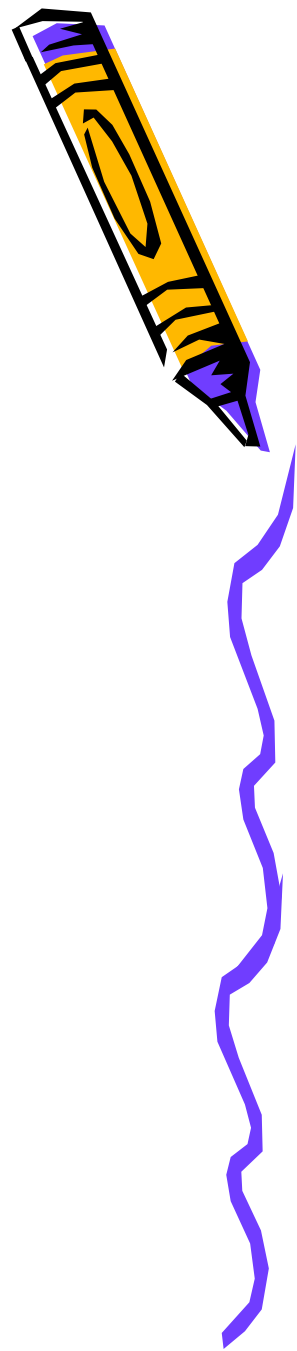
例2：选择题：

$$(1) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD} = (\text{D})$$

$$(A) \overrightarrow{AD} \quad (B) \overrightarrow{CD} \quad (C) \overrightarrow{DB} \quad (D) \overrightarrow{DC}$$

$$(2) \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = (\text{C})$$

$$(A) \overrightarrow{AD} \quad (B) \overrightarrow{AC} \quad (C) \overrightarrow{CD} \quad (D) \overrightarrow{DC}$$



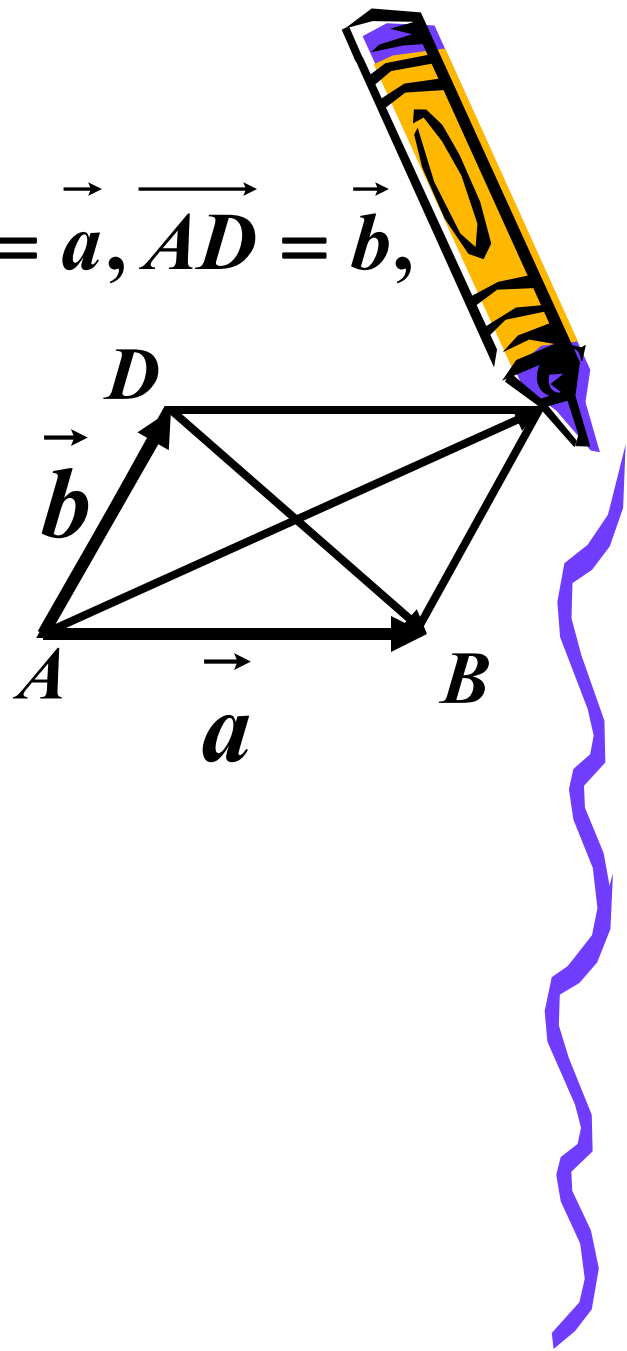
例2.已知平行四边形 $ABCD$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$,
用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DB}$

解：有向量加法的平行四边形法则，
得

$$\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b};$$

由向量的减法可得，

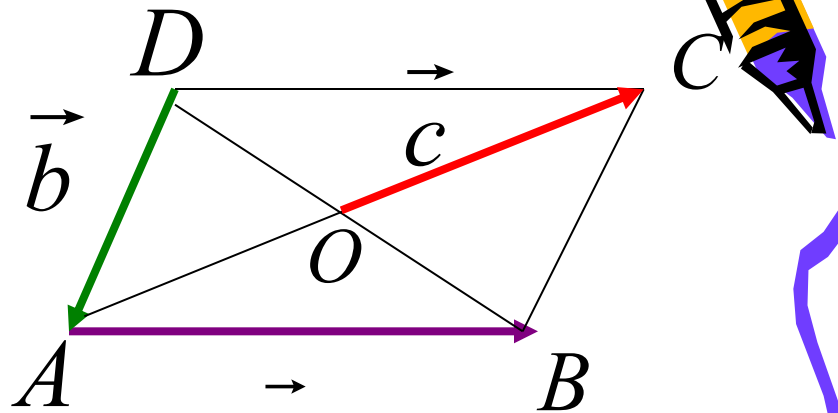
$$\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \vec{a} - \vec{b}.$$



例4: 如图平行四边形 $ABCD$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$,

$\overrightarrow{DA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$,

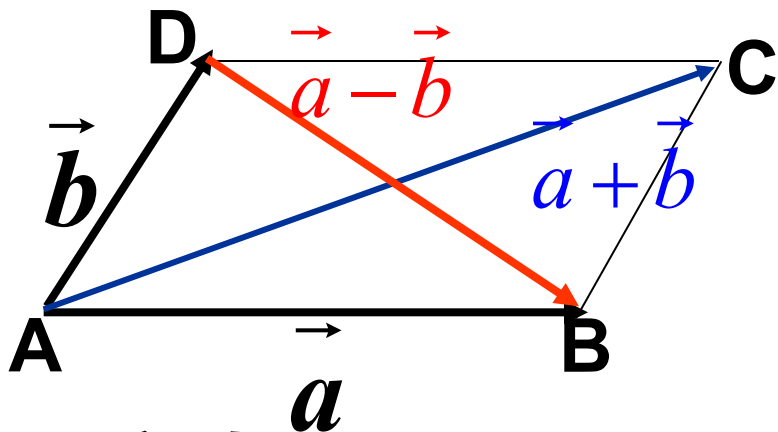
证明: $\vec{b} + \vec{c} - \vec{a} = \overrightarrow{OA}$



证明: $\vec{b} + \vec{c} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB}$

$\therefore \vec{b} + \vec{c} - \vec{a} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA}$





变式训练一：当 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 满足什么条件时，

$\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 垂直？ $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

变式训练二：当 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 满足什么条件时，

$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ？ $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 互相垂直

变式训练三： $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 可能是相等向量吗？

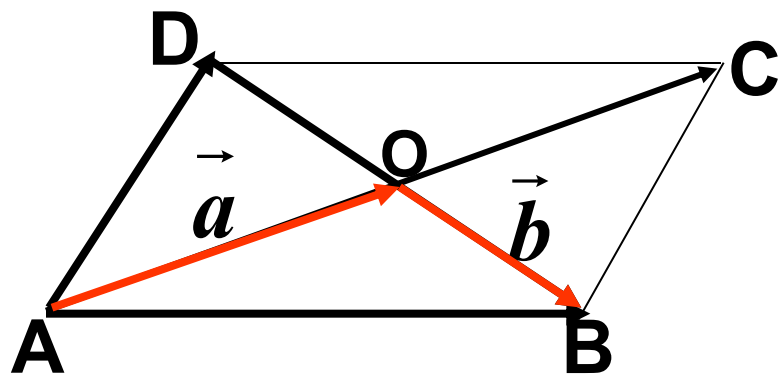
不可能. 因为平行四边形的两条对角线方向不同.



变式训练 四 如图, $\square ABCD$ 中, $\overrightarrow{AO} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$,
你能用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{AD}$ 吗?

解: $\overrightarrow{AB} = \vec{a} + \vec{b};$

$\overrightarrow{AD} = \vec{a} - \vec{b}.$



练习1

重要提示

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$$



填空：

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \underline{\overrightarrow{DB}};$$

$$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \underline{\overrightarrow{CA}};$$

$$\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \underline{\overrightarrow{AC}};$$

$$\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \underline{\overrightarrow{AD}};$$

$$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \underline{\overrightarrow{BA}}.$$

你能将减法运算转化为加法运算吗？



练习:2

(1) 化简 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD}$

解: 原式 $= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

(2) 化简 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO}$

解: 原式 $= (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}) + (\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CO})$
 $= (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) + \vec{0} = \overrightarrow{BA}$



3、判断下列命题是否正确，若不正确，说明理由

1、 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ ($\times$)

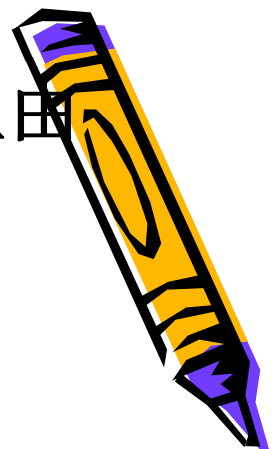
2、 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ ($\times$)

3、相反向量就是方向相反的量 ($\times$)

4、若 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ ，则A、B、C
三点是一个三角形的定点 ($\times$)

5、 $0 + \vec{a} = \vec{a}$ ($\times$)

6、两个向量是互为相反向量，则两个向量共线
($\checkmark$)



例3:化简

$$(1) \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB};$$

$$(2) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC};$$

$$(3) \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{PQ}.$$

解(1) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC};$

$$(2) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CD} = \\ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}.$$

$$(3) \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{MN} - (\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PQ})$$

$$= \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{QM} = \overrightarrow{QM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QN}.$$



练习

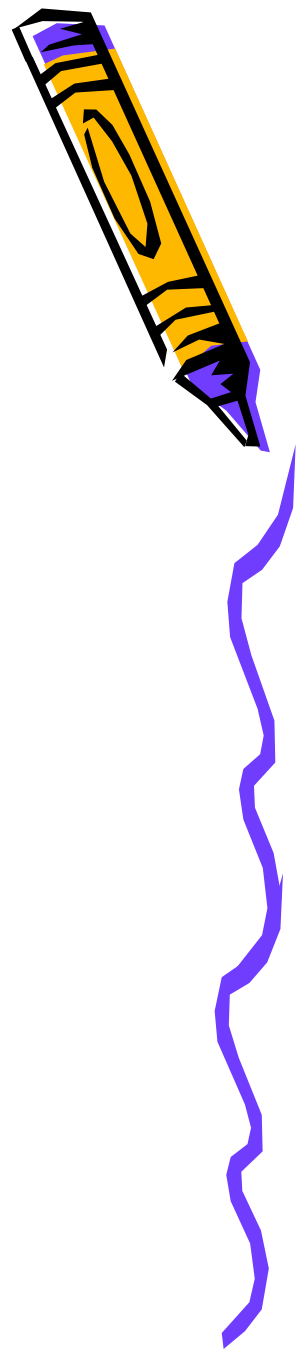
• 1化简: $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD})$

$$\text{原式} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

$$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD}$$

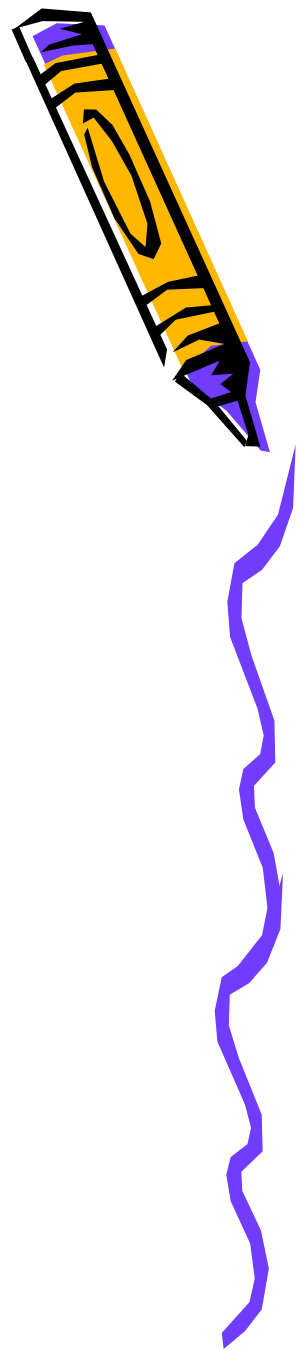
$$= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA})$$

$$= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$$



练习

若 $|\overrightarrow{AB}| = 8$, $|\overrightarrow{AC}| = 5$, 则 $|\overrightarrow{BC}|$ 的取值范围是_____.



$$\text{解: } \because |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|,$$

$$\therefore \left| |\overrightarrow{AC}| - |\overrightarrow{AB}| \right| \leq |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}| \leq |\overrightarrow{AC}| + |\overrightarrow{AB}|$$

$$\therefore 3 \leq |\overrightarrow{BC}| \leq 13$$



小结:

(一)知识

1. 理解相反向量的概念
2. 理解向量减法的定义,
3. 正确熟练地掌握向量减法的三角形法则

(二)重点

重点: 向量减法的定义、向量减法的三角形法则

